тов успешной аналитико-синтетической деятельности мозга. Активность систем положительного подкрепления субъективно переживается как удовлетворение, радость, как нечто очень приятное, что побуждает человека стремиться к постоянному повторению такого рода состояний. А это может быть достигнуто только на пути постоянного решения новых и более трудных задач.

В нашем психологическом эксперименте было выявлено, что учащиеся, обучавшиеся по данной программе, характеризуются более высокими значениями показателей «воля» (27,29 и 23,6), «саморегуляция» (27,65 и 24,25), «эмоциональность» (24,07 и 22,46) по тесту Б. Кадырова по сравнению с учащимися контрольного класса. Более того, по показателям «воля» и «саморегуляция» эти различия достигли статистической значимости.

Следовательно, у учащихся, обучающихся по программе «Когнитивное обучение на уроках химии», создаются условия, необходимые для формирования полноценной гармоничной личности, преодолеваются атомизм, разрозненность и несвязность знаний, формируется система знаний, концентрирующихся вокруг системообразующих факторов: вещество, химический процесс, познание и применение веществ и химических процессов человеком.

Созданная программа позволяет добиваться серьезных результатов не только в интеллектуальном, но и специальном (предметном) развитии учащихся. Это происходит только потому, что она соответствует принципу системной дифференциации и интеграции знаний.

Н. Г. Фомина

ПРОЯВЛЕНИЕ СТУДЕНТАМИ ИНТУИЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Развитие и формирование профессионализма студента – основная задача педагогического процесса в вузе. Перефразируя Оуэна, можно сказать, что процесс профессионализации подобен процессу социализации. Как известно, социальное входит к нам через схемы поведения и взаимодействия. Насколько хорошо мы умеем «схватывать» и встраивать в свое поведение схемы поведения и взаимодействия, выработанные в культуре окружающего нас социума, настолько мы успешны в жизни. Таким же свойством обладает и сфера профессионального. Умение работать со схемами профессиональной культуры, опредмечивать и распредмечивать их – залог успеха в профессиональной деятельности.

Для того чтобы ввести человека в профессиональную сферу, человечество выработало специальный аппарат – искусственную среду, где выстраивается учебная деятельность, с целью оспосабливания субъекта профессиональной деятельности. В этой среде специальным образом выстраиваются затруднения в виде задач и проблем, решая и разрешая которые обучаемый, в нашем случае это студент, входит в сферу профессиональной деятельности, учится различать профессиональное и обыденное. Перефразируя В. Е. Кемерова [3], можно сказать, что несоответствие житейского поведения и профессиональной культуры – это проблема, указывающая на то, что способы и средства обыденного и профессионального мышления перестали сочетаться и предъявили студентам различные требования. Каждый из субъектов педагогической деятельности обладает своей реальностью, у каждого складывается своя собственная история, и каждая из этих историй по-своему зависит от личности, от ее опыта, по-своему встраивается в ее сознание, диктует ей свою логику мышления и поведения.

На ранних стадиях профессионализации индивид принимает схемы деятельности как собственный закон своего бытия. Он фактически отождествляет себя с той последовательностью схем, которые предлагает ему педагог: человек формируется и живет как индивидуальное воплощение профессионального ритуала, повторяя (и тем самым сохраняя) в своем поведении издавна сложившееся формы общения и действия.

В ходе развития практических навыков жесткая схематизация поведения у бывшего студента, а сейчас начинающего педагога становится затруднительной и далее нецелесообразной. Вырабатываются схемы, задающие лишь общие формы его взаимодействия с учениками соответственно особым профессиональным позициям, видам занятий, обобщенным ситуациям. «Условно говоря "схемы-хозяева", полностью подчинившие себе поведение человека, уступают место "схемам-ориентирам", очерчивающим человеку поле жизни и деятельности, высвечивающим некий образ профессионального мира, предстоящего ему или окружающего его. Естественно, возникает дистанция между "схемами-орентирами", "схемарми-символами" с одной стороны и повседневным опытом человека – с другой» [3. С. 51].

Студенту-выпускнику приходится собственными силами приспосабливать имеющиеся в его распоряжении схемы деятельности:

теперь уже на индивидуальном уровне. Возникает проблема освоения и *выработки* профессиональных форм, а стало быть, и проблема индивидуального профессионального пути, особой профессиональной биографии, личного профессионального выбора. Таким образом, причастность самого человека к выработке этих форм, их сопряженность с «внутренней» и «внешней» жизнью профессионала попадают в зависимость от самоорганизации личности как высшей ступени ее развития.

Итак, находясь в рамках педагогического процесса в вузе, студент должен пройти процесс формирования профессионализма. Формирование не может происходить изолированно от развития. Это два взаимно обусловленных, диалектически связанных процесса. Формируя профессионала, педагог вуза одновременно вынужден развивать профессионализм личности, и наоборот, ставя задачу развития профессиональных черт, способностей, педагог не может не формировать их. Остановимся на рассмотрении процесса развития одной из основных способностей педагога – профессиональной (педагогической) интуиции.

Основная трудность в формировании и развитии профессиональной интуиции заключается в том, что проблема интуиции вообще, изучаемая психологией и философией, имеет два уровня: эмпирический и теоретический. Эмпирический уровень, обобщая феноменологию интроспекций ученых, изобретателей, экспериментальные данные психологии, дал возможность описать различные фазы и уровни творческого процесса, их последовательность, условия и закономерности протекания, однако не раскрыл механизмы интуиции.

На теоретическом уровне вопрос о механизмах интуиции рассматривается, но остается не раскрытой роль старого знания в возникновении нового, а также смысл и назначение восприятия (случайного на первый взгляд) предмета чувственного мира, непосредственно вызывающего эффект интуитивного постижения.

Отсюда возникает необходимость новых подходов, наблюдений и исследований. Одним из подходов к изучению феномена интуиции может быть следующий: поскольку процесс познания объекта заключается в моделировании процесса развития этого объекта, постольку познание этого объекта может происходить только через деятельность. Только преобразовывая объект с определенной целью в заданной логике, мы можем познать его свойства. С другой стороны, познавая объект, мы познаем себя, познаем свои возможности, познаем свое незнание, чтобы затем перейти к знанию. Возникновение нового знания не является внезапным, это длительный и сложный процесс, но, как правило, понимание нового (как объективно нового в научной деятельности, так и субъективно нового в процессе обучения) происходит скачком, познающий испытывает инсайт. Заметим, что инсайт наиболее яркая и рефлексируемая характеристика феномена интуиции.

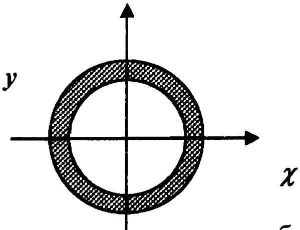
С целью развития педагогических способностей, в частности, педагогической интуиции, можно взять хорошо изученный объект, описать те точки, где происходят скачки изменения свойств объекта, а затем поставить студентам задачу изучения этих свойств. Процесс изучения необходимо построить так, чтобы не акцентируя на этом внимания обучаемых, все точки изменения такого рода были пройдены (с помощью педагога или без нее). Далее перед студентами ставится задача описания свойств полученного объекта. Такое задание позволяет целиком увидеть изменение объекта и подробно описать процесс его изменения, а, следовательно, сформировать представление (или знание) о нем. Тем самым студент оказывается в позиции педагога по отношению к самому себе. Это один из важных этапов формирования студента-педагога. Кроме того, при этом можно проследить, насколько «правильно» происходит процесс отражения. Если есть необходимость, процесс изучения можно углублять, расширять, проводить коррекцию.

В нашем опытно-экспериментальном исследовании в качестве объекта познания для студентов были взяты некоторые традиционные, хорошо методически освоенные разделы высшей математики.

В качестве примера рассмотрим стандартную задачу: *выразить двойной интеграл через повторные*. Рассмотрим решение этой задачи на конкретном примере.

В двойном интеграле $\iint\limits_P f(x,y)dy$ перейти к повторному, P — круговое кольцо $1 \le x^2 + y^2 \le 4$. (1)

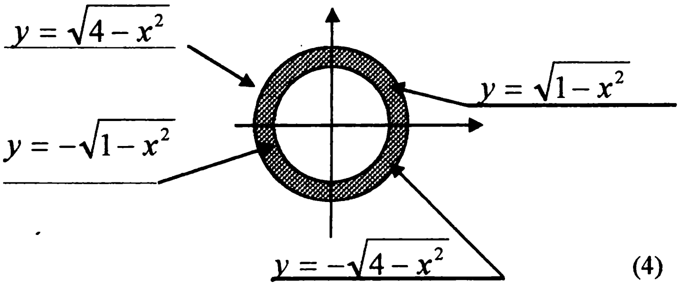
При решении задачи будем использовать формулу $\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x,y)dy$, которая приводится в курсе лекций. Интуитивно видно, что решение задачи сводится к изменению задания области P. Для этого изобразим данную область на рисунке:



(2)

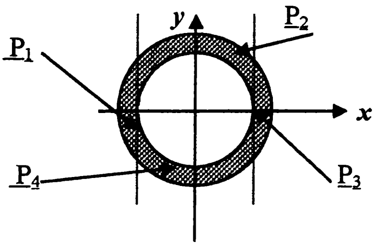
Из условия (1) зададим и подпишем границы области P:

$$y = \mp\sqrt{4 - x^2}\,, y = \pm\sqrt{1 - x^2}\,. \qquad (3)$$



(4)

Область P в условии задачи не является элементарной для этого представим ее в виде совокупности элементарных: получим четыре элементарные области P_1, P_2, P_3, P_4. (5)



(6)

Определим промежутки изменения x всех четырех областей. Для этого спроектируем каждую из областей на ось x-ов.

Для области P_1: $-2 \le x \le -1$,

P_2: $-1 \le x \le 1$,

P_3: $1 \le x \le 2$,

P_4: $-1 \le x \le 1$. (7)

Зададим области P_i i=1,2,3,4 в виде систем неравенств:

P_1: $\begin{cases} -2 \le x \le -1 \\ -\sqrt{4 - x^2} \le y \le \sqrt{4 - x^2}, \end{cases}$ P_2: $\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ \sqrt{1 - x^2} \le y \le \sqrt{4 - x^2}, \end{cases}$

$$P_3:\ \begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ -\sqrt{4-x^2} \le y \le \sqrt{4-x^2}, \end{cases} \quad P_4:\ \begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ -\sqrt{4-x^2} \le y \le \sqrt{4-x^2}. \end{cases} \tag{8}$$

Тогда запишем интеграл:

$$\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_{-2}^{-1} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy + \int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy + \int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{-\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy \tag{9}$$

Конечно же, к решению задачи можно подойти не единственным образом, но общий ход рассуждений примерно одинаков.

Проанализируем решение задачи с целью построения схемы ее решения. Само условие задачи (1) представляет собой линейно записанный текст, который является некоторой целостностью. Текст задачи содержит внутри себя вопрос, определяющий деятельность по решению этой задачи. Поскольку, как было уже отмечено, решающему интуитивно ясно, что речь пойдет о преобразовании области P, стереотип решения задач подобного типа побуждает его сделать схематический рисунок этой области. Для того, чтобы сделать его, необходимо знать уравнения границ этой области, поэтому мы сделали их аналитическую запись (2). Записывая границы, мы работаем с той же областью, но уже по-другому ее представляем. Теперь можно сделать схематический рисунок области, и это еще одно представление той же самой области. То есть от представления (2) мы перешли к представлению (3). (В данной задаче вполне можно было пойти другим путем: сначала изобразить область, а потом определять границы). Как правило, эти два перехода хорошо освоены студентами и не вызывают затруднений. Из рисунка видно, что область не является элементарной (а вот это надо еще увидеть: понятие-то новое!), поэтому на данном шаге ее представляют как совокупность элементарных областей. Это будет еще одно изоморфное представление области P. Чтобы определить, как разбить область на элементарные области, необходимо найти точки пересечения различных графиков функций, которые являются границами области (4). По этим точкам происходит разбивание области P (5). Количество элементарных областей укажет нам в дальнейшем количество повторных интегралов в ответе задачи. Определив элементарные подобласти, записываем уравнения границ каждой из них (7). Далее переходим к аналитическому описанию совокупности элементарных областей в виде систем неравенств (8), затем записываем повторные интегралы (9).

Такими образом, мы совершили цепочку элементарных преобразований (1)⇒(2)⇒(3)⇒(4)⇒(5)⇒(6)⇒(7)⇒(8)⇒(9).

Отметим, что переход от одной позиции к другой не столь очевиден, некоторые позиции могут отсутствовать при решении конкретной задачи, что не мешает ее решению, но если некоторая позиция выпадает в процессе обобщения и не включена в схему решения задач такого класса, это приводит к ошибкам или затрудненеиям при решении многих конкретных задач.

В вышеприведенных рассуждениях мы подробно рассмотрели развитие объекта деятельности. Для того чтобы объект развивался необходимо, чтобы субъект деятельности управлял этим развитием. Поэтому он вынужден развиваться сам. Таким образом, решая задачу, субъект также развивается, и,таким образом, возникает взаиморазвитие.

Решающую роль в этом развитии играет интуиция. При таком подходе явно видны скачки, переходы от одного качества изучаемого объекта к другому. Переходы здесь осуществляются «естественным» для объекта образом, и ничто в предыдущем шаге не наталкивает на мысль, каким должен быть последующий шаг, если не схвачено все решение в целом, то есть не возникло озарения, не сработала интуиция.

Рассмотренный подход можно дополнить другим, взяв в качестве исходного материала одну из разработанных в психологии технологий творческого мышления [1,2], чтобы наметить точки перехода, «скачки» с одного мыслительного уровня на другой, и показать, что развитие мыслительного процесса изоморфно процессу развития объекта. В этом случае требуется обозначить точки, в которых возникают скачки мыслительной деятельности, и уже затем добиться инсайта в познавательной деятельности студентов.

Отличие данного подхода от предыдущего заключается в том, что здесь заранее построены и прописаны вспомогательные ступеньки, и «скачок» искусственным образом можно разбить на вспомогительные подэтапы, соответствующие творческим возможностям субъекта познания, постепенно сворачивая их, чего нельзя сделать в предыдущем случае. Речь идет о семиотической технологии творчества, предложенной Г. А. Глотовой [1,2]. Использование данной технологии «позволяет рассматривать изучаемый системный объект в его развитии и связях с иными объектами, находящимися с ним в семиотическом отношении» [2. С. 137–139], распределяя пройденные объектом стадии развития по трем уровням (I, II, III) и трем подуровням (А,В,С), схематически изображенным на рис. 1.

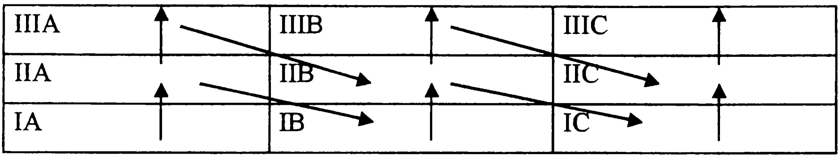
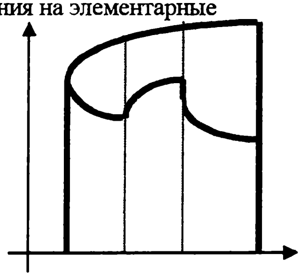
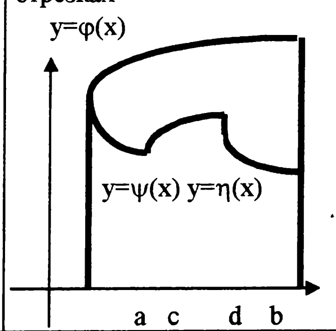
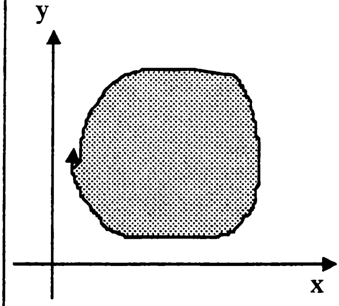


Рис.1. Схема семиотической развертки

Стрелками, направленными вертикально вверх, обозначены связи происхождения выше лежащих уровней из ниже лежащих. Диагональными стрелками обозначены семиотические погружения. Представленная структура называется семиотической разверткой и позволяет выделить существующие между уровнями генетические и функциональные связи.

Проструктурируем рассмотренную выше задачу в виде семиотической развертки.

III A Нахождение точек пересечения аналитических уравнений границы.	**IIIB** Разбиение области интегрирования на элементарные 	**III C** Запись интеграла $\int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x,y)dy$
II A Задание границ области системой уравнений $y = \varphi(x)$ $y = \psi(x)$ $y = \eta(x)$	**IIB** Запись границ области на данных элементарных отрезках 	**II C** Задание элементарных областей системой неравенств $\begin{cases} a_k \le x \le b_k \\ \varphi_k(x) \le y \le \psi_k(x) \end{cases}$

I A	I B	I C
Сведение двойного интеграла к повторному по области G.	Задание области графически. 	Выделение отрезков, на которых область является элементарной и определение числа элементарных областей.

В качестве базального уровня I возьмем задачу как таковую, которую необходимо решить: задача сводится к преобразованию описания области P, описанной в тексте задачи.

Символический уровень II будет связан с аналитическим заданием структурных единиц задачи, он является «сжатием» информации, заложенной в задаче, в виде математических символов.

Знаковый уровень III — уровень, связанный с выделением характеристик структурного уровня.

Подуровень A соответствует самой задаче, подуровень B ее геометрической интерпретации, уровень C связан с операциональными структурами задачи.

Полную семиотическую развертку процесса решения можно алгоритмически представить следующим образом:

IA. Сама задача как таковая.

IIA. Описание области P с помощью аналитического задания границ.

IB. Построение области P.

IIIA. Определение точек пересечения границ области P.

IIB. Подписывание границ области с учетом точек их пересечения.

IC. Определение количества элементарных областей с учетом точек пресечения границ и выделения отрезков, где области будут элементарны.

IIIB. Подписав границы и найдя точки их пересечения, мы можем определить подобласти, которые являются элементарными* и разбить область P на элементарные.

IIC. Зная отрезки, на которых область P будет элементарной, зная границы этих областей, мы можем задать их в виде совокупности систем неравенств:

$$\begin{cases} a_k \le x \le b_k \\ \varphi_k(x) \le y \le \psi_k(x) \end{cases}$$, где $k = 1,2,\dots i$, а i – число элементарных областей.

IIIC. Теперь мы можем записать ответ задачи, записав в правой части i повторных интегралов, внешними пределами интегрирования у которых будут числа $[a_k, b_k]$, а внутренними – функции $[\varphi_k(x),\ \psi_k(x)]$.

В отличие от первого способа реализации решения задачи семиотическая развертка обеспечивает схему полного прохождения всех этапов решения, поэтому, зная эту схему, решающий не будет испытывать недостаток информации для прохождения всех этапов решения, так как схема упорядочивает этапы и все необходимые элементы информации будут в нужный момент определены.

В такой модели объект также испытывает скачки при переходе с одного уровня на другой, но в отличие от предыдущей модели эти переходы, во-первых, предсказуемы, а, во-вторых, каждую из представленных ячеек, можно снова разбить на 9 ячеек (процедура семиотического углубления) и тем самым «уменьшить глубину ступенек». В дальнейшем при решении задачи это позволяет педагогу оказывать дозированную подсказку в необходимых порциях, соответствующих затруднениям субъекта. Рассмотрим, как реализуется эта стратегия в ходе учебной деятельности на примере задачи о сведении двойного интеграла к повторному.

В качестве нормы предметной деятельности нами была принята рассмотренная выше развертка сведения двойного интеграла к повторному. Испытуемым предлагался ряд задач, решая которые студенты должны строить во внутреннем плане некоторую схему-алгоритм процесса решения на сознательном или бессознательном уровнях. Для того чтобы после решения ряда задач студенты осознали процесс решения этого конкретного вида задач, им предлагалось

---

* Область G называется элементарной относительно осуи y, если она представима в виде $G=\{(x,y): \varphi(x)<y<\psi(x), a<x<b\}$, где $\varphi(x)$ и $\Psi(x)$ – непрерывные на отрезке $[a,b]$ функции и $\varphi(x)<\Psi(x)$ при $x\in(a,b)$.

построить алгоритм решения, который затем сравнивался с эталоном-разверткой.

Эксперимент проводился в течение двух занятий по четыре академических часа со студентами четвертого курса заочного отделения математического факультета УрГПУ. В эксперименте приняли участие 16 человек.

Для дальнейшего описания полученных данных условимся, что П – преподаватель, он же экспериментатор, Н.Б., Л.С., Л.Я, И.П., ... – испытуемые.

Тема занятия: *Сведение двойного интеграла к повторному.*

Цель занятия: *построение алгоритма сведения двойного интеграла к повторному.*

На лекции была выведена формула сведения двойного интеграла к повторному, рассмотрен пример, не требующий разбиения заданной области на элементарные, фактически не требующий прописывания границ области, то есть алгоритм был «смазан», показано только «направление» решения таких задач.

Поставлена задача – вывести группу на полное прохождение процесса расстановки пределов, осознания этапов этого процесса и их обобщения для дальнейшего построения алгоритма. Наряду с этим необходимо выяснить, каким образом группа будет достраивать процесс, как будет развиваться рефлексия, как будут осознаваться и разрешаться возникающие противоречия.

Задача 1

В начале занятия была сформулирована задача: *свести двойной интеграл к повторным двумя способами, если область S — треугольник с вершинами O(0,0); A(1,0); B(1.1).*

Для ознакомления с условием решения задачи было дано несколько минут. После того, как студенты приступили к решению (по внешним признакам: стали делать записи в тетради, обсуждать условие), был задан вопрос:

П: С чего начали решение задачи?

Реплики с места:

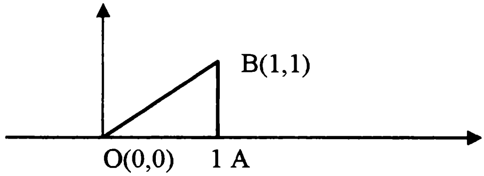
— Построили чертеж.

— Надо построить чертеж.

— С чертежа.

П: Кто хочет решать задачу у доски?

Желающих не оказалось. К доске была вызвана О. Т. Она быстро сделала рисунок:



От решения задачи преподавателем во время лекции, которая проходила накануне в этой же аудитории, случайно на доске осталась запись

$$\iint\limits_S f(x,y)dxdy = \int dx \int f(x,y)dy$$

О.Т: Если спроектировать область S на ось x-ов, то x будет изменяться от 0 до 1...

Записывает пределы:

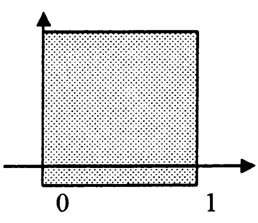
$$\iint\limits_S f(x,y)dxdy = \int\limits_0^1 dx \int f(x,y)dy\,,$$

стоит, рассматривает запись.

П.: Как будет изменяться y?

Л.О. (с места): y изменяется от 0 до 1.

П.: У кого есть еще какие-нибудь соображения? (Молчание). Хорошо, давайте посмотрим, что будет в этом случае. Если мы говорим, что x изменяется от 0 до 1, то можно записать как $0\le x \le 1$. Геометрически это соответствует тому, что в плоскости ХУ мы выделим бесконечную полоску:



Снизу область ограничивает прямая y=0, сверху прямая y=1.

О.Т.: Это не та область.

П.: Чтобы задать область S нужно ограничить полоску снизу и сверху. Какими линиями будет ограничена область?

О.Т. : y=0, y=x.

П.: Верно, это можно записать: $\begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le x \end{cases}$

О.Т. : Тогда пределы будут (записывает):

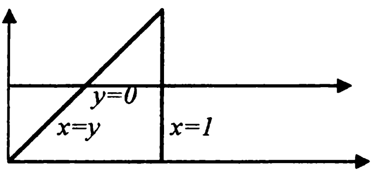
$$\iint f(x,y)dxdy = \int_0^1 dx \int_0^x f(x,y)dy$$

П.: Теперь вторым способом.
О.Т.: у изменяется от 0 до 1 (пишет):

$$\int_0^1 dy \int fdx \text{, останавливается.}$$

П.: А х?
Л.С. (с места): х от прямой у=х до прямой х=1.
П.: Если S проектируется на ось ОУ, то верно, $0 \le y \le 1$. Далее, (делая надписи на построенном на доске чертеже) у — независимая переменная, границы области запишутся как функции от у: *x=y, x=1, y=0.*

Смотрим на область.



Входя в область вдоль оси ОХ, пересекаем границу *x=y*, выходя из области, границу х=1.
О.Т.: Тогда: нижний — 1, верхний — у.
Записывает пределы:

$$\int_0^1 dy \int_y^1 fdx$$

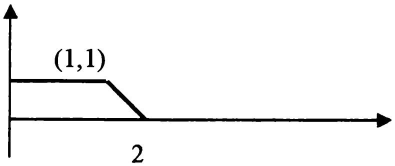
Задача решена.

Задача 2

Задание то же. *Область S — трапеция, вершины которой заданы точками: O(0,0); A(2.0);B(1,1);C(0,1).*

Студенты записывают и решают задачу самостоятельно. Через несколько минут раздаются возгласы: “Я решила!”, “Решили!”...

П.: Давайте обсудим задачу на доске.
Выходит Л.С.
Делает чертеж:



Записывает ответ:

$$\iint\limits_S f(x,y)dxdy = \int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{2-x} f(x,y)$$

П.: Давайте восстановим область по заданным пределам. Как изменяется x?
Л.С.: От 0 до 2.
П.: Запишите.
Л.С. (пишет): $0 \le x \le 2$.
П: Как изменяется y?
Л.С. (дописывает систему): $\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le 2 - x. \end{cases}$

П.: Изобразите.
Л.С. (проговаривает): Получается треугольник! Не та область!
П.: Чем отличается эта область от предыдущей?
Н.Б. (с места): Надо записать два интеграла!
П.: Верно! Как?
Л.С.: Область разбить на две: квадрат и треугольник. Рассуждает: В квадрате x изменяется от 0 до 1, значит (записывает):

$$\iint\limits_S fdx = \int\limits_0^1 dx \int fdx + \int dx \int fdy$$

y изменяется от 0 до 1 (приписывает):

$$\iint\limits_S fdx = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^1 fdx + \int dx \int fdy.$$

В треугольнике x изменяется от 1 до 2, (приписывает):

$$\iint\limits_S fdx = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^1 fdx + \int\limits_1^2 dx \int fdy,$$

y от 0 до 2-x:

$$\iint_S f dx = \int_0^1 dx \int_0^1 f dx + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f dy .$$

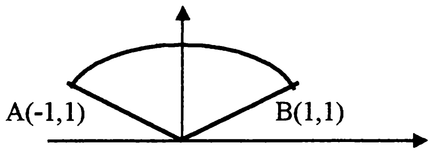
А вторым способом просто (записывает):

$$\iint_S f dx dy = \int_0^1 dy \int_0^{2-x} f dx .$$

Задача решена.

Задача 3

Область S ограничена дугой окружности, центр которой находится, а концы а точках $A(-1,1)$; $B(1,1)$. В тексте дан рисунок:



Решение задачи студенты начинают самостоятельно, обмениваясь при этом репликами.

Л.О.: Окружность с центром в нуле.

О.П.: Радиус два.

— Нет! Корень из двух!.

— Да, Точно. Корень из двух.

— Снова получаются две области.

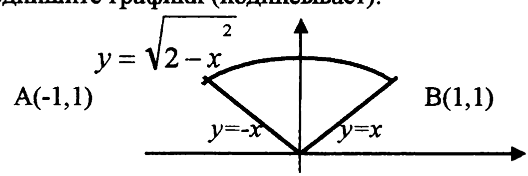
Л.П. (спрашивает, как решать): Первым способом — понятно, а вторым как?

Через некоторое время: “Можно я пойду к доске?” Выходит к доске и записывает ответ:

$$\iint_P f(x,y) dx dy = \int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-x}^{\sqrt{2-x^2}} f dx .$$

Л.П.: Будет две области. Пишет: $-1 \le x \le 0$, а y? От этой до этой (показывает на рисунке соответствующие графики функций).

П.: Подпишите графики (подписывает).



Л.П.: А-а, теперь понятно! (исправляет):

$$\iint_P f(x,y)dxdy = \int_{-1}^{0} dx \int_{-x}^{\sqrt{2-x^2}} fdy + \int_{x}^{\sqrt{2-x^2}} fdx$$

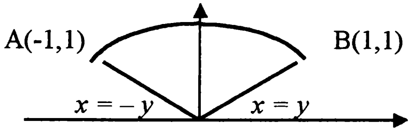
Л.П.: А вторым способом? y изменяется от 0 до $\sqrt{2}$. Как же x?

П.: Что для этого нужно сделать?

С.Р.: Записать x как функцию от y!

П.: Верно, подпишите графики как функцию от y.

Л.П. (стирает надписи с рисунка и подписывает):

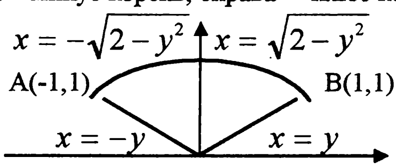


А дуга как?...

П.: Вернитесь к уравнению окружности и выразите x.

Записывает $x^2 + y^2 = 2$, $x = \pm\sqrt{2 - y^2}$ ... Молчание. Через некоторое время П.: Ну, и какие значения принимает x?

Л.П.: Слева – минус корень, справа – плюс корень (подписывает):



Дальше разобьем область на две прямой (показывает и записывает ответ).

Задача решена.

П.: Просмотрите, пожалуйста, решения всех трех задач и задайте вопросы на понимание (вопросов не последовало).

После этого студентам было предложено составить алгоритм решения задачи о переходе от двойного интеграла к повторному.

Обобщенный алгоритм, который был предложен группой, выглядел следующим образом:

1. По тексту предложенной задачи записываем границы области.
2. Строим заданную область, ограниченную графиками границ области.
3. Подписываем границы области на графике.

4. Разбиваем область на элементарные подобласти так, чтобы каждая подобласть была ограничена графиком только одной функции сверху и только одной функции снизу.

5. Записываем все элементарные области в виде системы неравенств $\begin{cases} a \le x \le b \\ \varphi_1(x) \le y \le \varphi_2(x) \end{cases}$, где $\varphi_1(x)$ — уравнение нижней границы области, а $\varphi_2(x)$ — уравнение верхней границы области.

6. Расставляем пределы интегрирования.

Если учесть, что в позиции 1 алгоритма задается переход от позиции IA к позиции IIA развертки, то можно считать, что позиция IA отражена испытуемыми в 100% случаев. Остальные позиции развертки в алгоритме были отражены следующим образом (табл.1):

Таблица 1

Выделение студентами основных позиций алгоритма
(% указывает долю верно установленных соответствий)

IIIA — 0%	IIIB — 100%	IIIC — 100%
IIA — 75%	IIB — 81,25%	IIC — 75%
IA — 100%	IB — 100%	IC — 0%

Таким образом, мы видим, что несмотря на то, что в ходе решения задач позиции IIA, IIB, IIC оказались существенно значимыми (особенно в задаче 3), причем из-за того, что эти позиции не были сразу обнаружены, аудитория испытывала наибольшие затруднения при их прохождении, они тем не менее не были зафиксированы в алгоритме почти четвертой частью аудитории. Это говорит о том, что несмотря на то, что они были пройдены, подсказки преподавателя при их прохождении оказались решающими и не были осмыслены многими студентами.

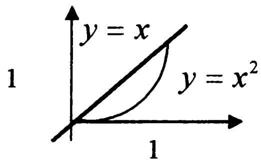
Кроме этого, позиции IIIA и IC вообще не были отражены в алгоритме. Вероятнее всего это произошло из-за того, что данные позиции не вызывали абсолютно никаких затруднений в процессе решения задач и поэтому отвергнуты как незначимые всей аудиторией. То есть в процессе обучения были отвергнуты как очень легко проходимые позиции, так и наиболее трудно проходимые позиции как не освоенные. Другими словами, эти позиции пока не нашли места в схеме данного конкретного вида деятельности, то есть затруднение, искусственно созданное в познавательной ситуации, еще не преодолено.

С целью коррекции познавательного процесса на следующем занятии аудитории были предложены задачи на изменение порядка интегрирования.

Задание 1. Изменить порядок интегрирования в следующих интегралах:

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_y^{\sqrt{y}} f(x,y)dy$

К доске по своей инициативе вышла Л.С., сделала чертеж.



Л.С.: y изменяется от 0 до 1 (показывает на чертеже). Запишем границы области: $x = y$, $x = \sqrt{y}$, тогда $y = x^2$ — снизу (показывает на чертеже), а $y = x$ — сверху, тогда пределы будут: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^2}^{x} f(x,y)dy$.

Л.Р.: Почему от x^2 до x, а не от 0 до 1?

Л.С.: Если $0 \le y \le 1$, то будет квадрат (показывает на чертеже), поэтому x^2 до x.

2. $\int\limits_0^r dx \int\limits_x^{\sqrt{2rx-x^2}} f(x,y)dy$. После данного на самостоятельную работу времени к доске была вызвана О.Т.

О.Т.: x изменяется от 0 до r отмечает точки на оси ох. Граница $y = x$.

Изображает и подписывает. Вторая граница — $y = \sqrt{2rx - x^2}$.

П.: Ну, возведите обе части в квадрат.

О.Т. (пишет): $y^2 = 2rx - x^2$.

П.: Перенесите все в одну сторону.

О.Т. (пишет): $y^2 + x^2 - 2rx = 0$.

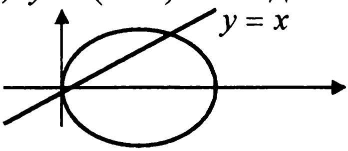
Н.Б.: Выдели квадрат.

О.Т. (пишет): $(x^2 + y^2) - 2rx = 0$.

П.: Не так (исправляет на доске): $y^2 + (x^2 - 2rx + r^2) = r^2$.

Л.С.: Сверни квадрат.

О.Т. (пишет): $y^2 + (x - r)^2 = r^2$. Делает чертеж:



П.: Где область интегрирования? Как меняется x?
О.Т.: От 0 до 2r.
П.: Чему соответствуют внутренние пределы?
О.Т. (штрихует область).
П.: Как сменить пределы интегрирования? Сделайте запись интеграла.

О.Т. (пишет): $\int\limits_0^r dx \int\limits_x^{\sqrt{2rx-x^2}} f(x,y)dy = \int dy \int f(x,y)dx$, (рассуждает): y меняется от -r до r...

П.: Область расположена в верхней части рисунка... ее проекции на ось y?
О.Т.: y меняется от 0 до r.
П.: Верно. Как меняется x? ... Смотрим на область вдоль оси ox (рисует стрелку). Какую границу пересекаем, входя в область?
О.Т.: Окружность ...
П.: Напишите уравнение графика x как функцию от y.
О.Т. (записывает):

$$(x - r)^2 = r^2 - y^2 \Rightarrow x - r = \pm\sqrt{r^2 - y^2} \Rightarrow x = r \pm \sqrt{r^2 - y^2}.$$

П.: Здесь записано два уравнения, какое выбрать?
Н.Б. (с места): С плюсом!
П.: Почему с плюсом? Как узнали?
О.К.: Верхняя половина (окружности) с плюсом, нижняя с минусом.
П.: Если $y = 0$, то $x = 2r$; если $y = r$, то $x = r$. Какой половине окружности соответствует область?
О.Т.: Левой.
И.П.: Значит выбираем с минусом.
К.П.: Почему с минусом?

П.: Если $y = 0$, то $x = 0$; если $y = r$, то $x = 0$. То есть это левая часть круга.

О.Т.: Тогда x изменяется от $r - \sqrt{r^2 - y^2}$ до y. (пишет ответ):

$$\int_0^r dx \int_y^{r-\sqrt{r^2-y^2}} f(x,y)dy.$$

Задача решена.

3. $\int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x,y)dy$.

К доске была вызвана Л.Я.

Л.Я.: Так, значит, x изменяется от 1 до 2 (отмечает точки на оси x-ов). Так, $y = x$. Как это изобразить? Так (показывает расположение прямой $y = -x$), не та? Или та? (Показывает прямую, параллельную первой)

А.О. (с места): Биссектриса вверх.

Л.Я. А, вот так (изображает линию). Другая граница $y = 2x$. А это как?

Н.Б.: Это выше.

П.: Если $x = 1$, то $y = ?$

Л.Я.: $y = 2$.

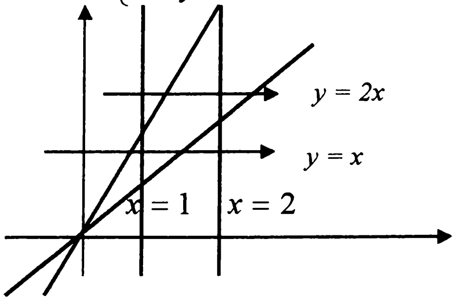
П.: Отметьте точку (1,2).

Л.Я. (отмечает).

П.: Ну и прямую через начало координат...

П.:Давайте запишем область в виде неравенств.

Л.Я. (записывает): $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ x \le y \le 2x \end{cases}$ и делает чертеж,



штрихует область, подписывает границы.

П.: Хорошо, что подписали.

Н.Б. (с места): Здесь будет два интеграла.

Л.С.: Да, два интеграла.

П. (обращаясь к Н.Б. и Л.С.): Хорошо заметили, продолжайте решать сами, — обращаясь к Л.Я. — как изменяется y ?

Л.Я.: Тут будет два интеграла.

П.: Давайте сначала разберемся с y.

Л.Я.: y изменяется от 1 до ... Как найти точку?

Л.С.: x у тебя равно 2, подставь $x = 2$ в $y = 2x$ будет 4.

Л.Я.: Почему 4?

Л.С.: Ну подставь!

Л.Я.: Верно – 4! y изменяется от 1 до 4.

П.: Как меняется x?

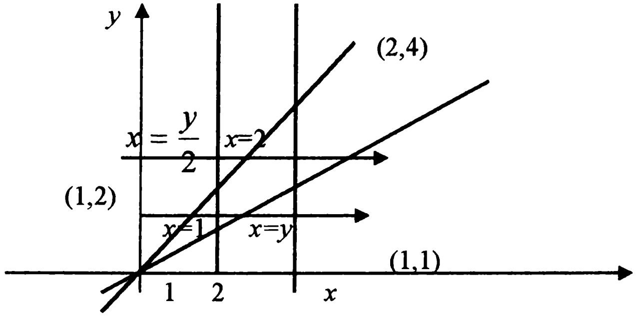
Л.Я.: А как это узнать?

П.: Смотрим на область в направлении оси ox. Входя в область, например здесь, (рисует верхнюю стрелку) определяем нижнюю границу области, выходя из области — верхнюю. А если входим здесь (рисует нижнюю стрелку), получим другие границы, а если здесь (рисует среднюю стрелку), то еще одну пару границ.

Л.С. Всего две области, у нее точки построены неверно.

П.: Для того, чтобы определить сколько областей получится, нужно определить координаты точек пересечения границ, только тогда можно определить области. Давайте определим эти точки и подпишем границы области, не графики, а именно границы.

Л.Я. (исправляет рисунок, дополняет его):



П.: Запишите область в виде неравенств.

Л.Я. (пишет):

$$\begin{cases} 1 \le y \le 2 \\ 1 \le x \le y \end{cases}, \quad \begin{cases} 2 \le y \le 4 \\ \dfrac{y}{2} \le x \le 2 \end{cases}.$$

П.: А теперь — определенные интегралы.

Л.Я. (пишет): $\int\limits_1^2 dx \int\limits_x^{2x} f(x,y)dy = \int\limits_1^2 dy \int\limits_1^y f(x,y)dx + \int\limits_2^4 dy \int\limits_{\frac{y}{2}}^2 f(x,y)dx$.

Л.Я.: Ну вот, теперь немного что-то поняла.

Следующее задание закрепляло предыдущее с одной стороны, а с другой, – продвигало дальше в технике вычисления интегралов.

Задание 2. Вычислить определенный интеграл.

1. $\iint\limits_D x^3y^2dxdy$, где D: $x^2+y^2=1$.

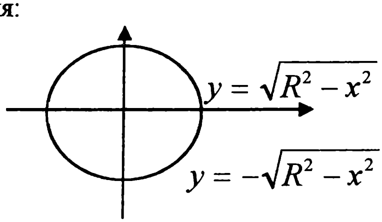
И.П. выходит к доске и делает запись: $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{-1}^1 x^2y^3dy$.

П.: Если восстановить область по вашей записи, то получится квадрат (показывает), а по условию круг.

И.П. делает рисунок области, записывает уравнения границ.

П.: Подпишите уравнения под границами.

И.П. подписывает уравнения под границами, расставляет пределы интегрирования:



$$\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} x^3y^2dy = \int\limits_{-1}^1 dx(x^3\frac{y^3}{3}\Bigg|_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}}) = \int\limits_{-1}^1 \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}}\sqrt{(R^2-x^2)^3}dx$$

П.: Получился интеграл с иррациональностью, при желании мы можем вычислить этот интеграл, но давайте расставим пределы другим способом.

И.П. (записывает): $\int\limits_{-1}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} x^3y^2dx$.

И.П.: Интеграл от нечетной функции на симметричном промежутке равен нулю.

2. $\iint\limits_D \frac{x}{y^2}dxdy$, где D: $x=2, y=x, xy=1$.

К доске вышел Р. Х., быстро без комментариев выполнил задание. Ответ был верен. Группа с решением согласилась. Вопросов не было.

В завершение эксперимента студентам была предложена проверочная работа на два варианта, состоящая из двух заданий, которые в преобразованном виде представляют собой задачу о сведении двойного интеграла к повторному.

Вариант 1

1. Сменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_1^{\sqrt{x}} fdy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{2-x}} fdy$.

2. Вычислить интеграл $\iint\limits_D 3y\sin xydxdy$, где D:

$y = \frac{\pi}{2}; y = \pi; x = 1; x = 3$.

Вариант 2

1. Сменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dy \int\limits_1^{\sqrt{y}} fdx + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dy \int\limits_0^{\sqrt{2-y^2}} fdy$.

2. Вычислить интеграл $\iint\limits_D y^2e^{-\frac{xy}{8}}xdy$, где D: $y = 2x; y = 4; x = 0$.

Результаты работы представлены в табл.2, где отражены верно отмеченные каким-либо образом позиции алгоритма-развертки:

Таблица 2

Выделение студентами основных позиций алгоритма после коррекционной работы (в %)

IIIA 100%	IIIB 100%	IIIC 18, 25%
IIA 93,75%	IIB 100%	IIC 87,5%
IA 100%	IB 93,75%	IC 93,75%

Таким образом, можно отметить, что коррекция значительно улучшила результат. Со студентами, которые не полностью справились с заданием, была проведена индивидуальная консультация. В домашней контрольной работе все испытуемые справились с заданием. Зачет также показал, что указанный класс задач усвоен, студенты верно выполняли задания, хотя и с существенно различной скоростью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Глотова Г. А.* Человек и знак: семиотико-психологические аспекты онтогенеза человека. Свердловск: Изд-во Урал. ун-та, 1990.

2. *Глотова Г. А.* Психология творчества и семиотика. Екатеринбург: УрГУ, 1992.

3. *Кемеров В. Е.* Введение в социальную философию. М.: Академический проект, 2000.

Г. А. Глотова

СОЦИОЦЕНТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПСИХОЛОГИИ

В истории психологии в целом и в педагогической психологии, в частности, последовательно оформились три исследовательские ориентации – объектоцентрическая, антропоцентрическая и социоцентрическая [2]. Их взаимодействие привело к постановке в педагогической психологии новых проблем, в частности, ввело проблемы общения и коммуникативных способностей педагога в сферу интересов педагогической психологии [8,9,11,12,18,20].

Педагогическая деятельность как коммуникативная деятельность

Педагогическая деятельность, рассматриваемая с позиции социоцентрического подхода, является особым видом коммуникативной деятельности, то есть выступает как коммуникативно-педагогическая деятельность.

Рассмотрение педагогической деятельности как коммуникативной деятельности имеет не только теоретический интерес, но и является основой для решения разнообразных практических задач,